

Volatilité et persistance des chocs sur les prix des métaux : application des modèles DGARCH à la Bourse des métaux de Londres

Volatility and persistence of metal price shocks: application of DGARCH models to the London Metal Exchange.

Auteur 1 : ELLIACHE FATIMA ZAHRA.
Auteur 2 : EI BAKKOUCHI MOUNIR.

ELLIACHE FATIMA ZAHRA 1, (PhD)
1 Université Ibn Tofail / Faculté d'Economie et de Gestion Kenitra, Maroc

EI BAKKOUCHI MOUNIR 2, (Professeur HDR)
2 Université Ibn Tofail / Faculté d'Economie et de Gestion Kenitra, Maroc

Déclaration de divulgation : L'auteur n'a pas connaissance de quelconque financement qui pourrait affecter l'objectivité de cette étude.

Conflit d'intérêts : L'auteur ne signale aucun conflit d'intérêts.

Pour citer cet article : ELLIACHE .Fz & EI BAKKOUCHI .M (2025) « Volatilité et persistance des chocs sur les prix des métaux : application des modèles DGARCH à la Bourse des métaux de Londres », African Scientific Journal « Volume 03, Numéro 31 » pp: 1381 – 1405.



DOI : 10.5281/zenodo.17038882
Copyright © 2025 – ASJ



Résumé

Cet article a eu pour objectif d'analyser la volatilité et la persistance des chocs sur les prix des principaux métaux cotés à la Bourse des métaux de Londres, en mobilisant le modèle DGARCH. La méthodologie a reposé sur l'exploitation de données journalières couvrant des périodes variables selon les métaux, allant de 2010 à 2025, et sur une modélisation économétrique intégrant des tests préliminaires (ADF, Jarque-Bera, ARCH-LM). Les variables principales étudiées ont été les rendements logarithmiques, la volatilité conditionnelle et les paramètres de persistance. Les résultats ont montré que le DGARCH surpasse le GARCH (1,1) en termes de critères d'information (AIC, BIC) et capte les effets asymétriques. La persistance élevée observée sur tous les métaux confirme que les chocs sur la volatilité se dissipent lentement, avec des pics marqués notamment pour le nickel et l'étain en 2022. Ces conclusions présentent des implications pratiques pour la gestion des risques et la prévision des marchés.

Mots clés : volatilité ; métaux ; DGARCH ; persistance ; LME

Abstract

This article aimed to analyze the volatility and persistence of shocks in the prices of major metals traded on the London Metal Exchange, using the DGARCH model. The methodology relied on daily data covering variable periods depending on the metal, ranging from 2010 to 2025, and on econometric modeling including preliminary tests (ADF, Jarque-Bera, ARCH-LM). The main variables examined were logarithmic returns, conditional volatility, and persistence parameters. The results showed that the DGARCH model outperformed the GARCH (1,1) in terms of information criteria (AIC, BIC) and better captured asymmetric effects. The high persistence observed across all metals confirmed that volatility shocks dissipate slowly, with significant peaks, particularly for nickel and tin in 2022. These findings provide practical implications for risk management and market forecasting.

Keywords: volatility; metals; DGARCH; persistence; LME

Introduction

La volatilité des prix des métaux non ferreux négociés à la Bourse des métaux de Londres (LME) constitue un enjeu majeur pour les acteurs du marché. Les producteurs y voient un facteur déterminant pour la rentabilité de leurs investissements, les industriels l'associent directement aux coûts de production et à la compétitivité, tandis que les investisseurs y perçoivent une variable clé dans la gestion de portefeuille et la couverture des risques. Plateforme de référence mondiale, la LME fixe les prix qui servent de repère à la fois pour les contrats physiques et pour les transactions financières, ce qui en fait un centre névralgique du commerce international des métaux (Todorova, 2015).

Les fluctuations de ces prix sont le résultat d'une combinaison complexe de forces structurelles et conjoncturelles. La croissance de la demande mondiale, en particulier dans les économies émergentes, la disponibilité de l'offre, les coûts d'extraction et les cycles d'investissement minier s'entrelacent avec des facteurs plus instables tels que les chocs économiques, les tensions géopolitiques, les variations des devises ou encore les innovations technologiques. À ces éléments s'ajoute la financiarisation accrue des marchés de matières premières, qui a renforcé la sensibilité des prix aux mouvements spéculatifs et aux stratégies d'arbitrage, accentuant ainsi leur volatilité (Watkins & McAleer, 2006).

Plusieurs travaux montrent que la volatilité des prix des métaux présente une certaine persistance. Les variations ne s'éteignent pas immédiatement mais tendent à influencer le marché sur de longues périodes. Des analyses sur des séries couvrant près de trois décennies mettent en évidence ce phénomène pour des métaux comme l'aluminium, le cuivre ou le zinc, tandis que l'or et l'argent se distinguent par une tendance plus marquée à revenir vers leur moyenne. Cette caractéristique de mémoire longue complexifie les anticipations et renforce l'intérêt pour des outils de modélisation capables de l'intégrer (Etoundi atenga, 2014; Shi et al., 2023).

La dynamique des prix ne se limite pas à la persistance. Les marchés réagissent souvent de manière asymétrique aux nouvelles économiques : les annonces négatives déclenchent des réactions de volatilité plus fortes que les annonces positives. Ce comportement, observé pour plusieurs métaux industriels, s'accompagne parfois d'effets de transmission, où un choc sur un marché se propage à d'autres. Ces interdépendances ajoutent une dimension supplémentaire à l'analyse, car elles peuvent amplifier les fluctuations initiales et modifier le profil de risque global du marché (Goo & Chen, 2020).

À partir de ces constats, la problématique qui se dégage est la suivante : comment représenter, dans un cadre unique et cohérent, la persistance des chocs, les asymétries de réaction et les transmissions croisées entre marchés ? Les approches traditionnelles se concentrent souvent sur l'une ou l'autre de ces dimensions, mais rarement sur leur interaction simultanée. Une telle vision intégrée permettrait pourtant d'améliorer les prévisions, d'optimiser les stratégies de couverture et d'apporter un éclairage plus complet sur les mécanismes de formation des prix.

L'objectif de cet article est d'analyser de manière intégrée les dynamiques de volatilité des prix des métaux non ferreux cotés à la Bourse des métaux de Londres (LME), en tenant compte simultanément de la persistance des chocs, des asymétries de réaction aux nouvelles économiques, et des transmissions croisées entre marchés.

L'orientation épistémologique adoptée dans cet article repose sur une approche empirico-quantitative (Godwin et al., 2021). Elle considère que, malgré l'influence de facteurs comportementaux parfois imprévisibles, les marchés suivent des régularités statistiques qu'il est possible d'identifier et de mesurer. Le but est d'examiner les comportements observés à partir de données réelles, de les confronter à des modèles issus de la théorie financière et de vérifier leur validité dans le contexte spécifique de la LME.

Pour ce faire, l'étude s'appuie sur les modèles DGARCH (Dynamic GARCH) (Bollerslev, 1986a), qui prolongent les modèles GARCH classiques en permettant aux paramètres de volatilité d'évoluer dans le temps et en intégrant des effets asymétriques ainsi que des transmissions croisées entre séries. Ces modèles, déjà appliqués avec succès à l'étude des marchés énergétiques et des métaux précieux, offrent un cadre analytique suffisamment flexible pour appréhender la complexité des dynamiques observées sur la LME (Hammoudeh & Li, 2008). L'analyse repose sur des données journalières couvrant plusieurs métaux représentatifs du marché, avec des estimations réalisées par la méthode du maximum de vraisemblance et des tests de robustesse pour vérifier la stabilité des résultats (Şeker & Akpolat, 2025).

L'article est structuré de la manière suivante. La section 1 présente une revue de littérature consacrée à la volatilité et à la persistance des prix des métaux. La section 2 présente la méthodologie adoptée, en expliquant les spécifications retenues et les choix de modélisation. La section 4 présente les données utilisées et leurs principales caractéristiques statistiques. La section 5 présente et discute les résultats empiriques obtenus.

1. Revue de littérature

L'analyse de la volatilité et de la persistance des prix des métaux occupe une place centrale dans la littérature économique et financière récente. Les métaux industriels et précieux, cotés sur des places comme la London Metal Exchange, constituent non seulement des actifs physiques stratégiques, mais aussi des instruments financiers sensibles aux fluctuations de l'économie mondiale et aux incertitudes géopolitiques. L'évolution méthodologique des travaux dans ce domaine témoigne d'un passage progressif des modèles traditionnels de type GARCH à des approches plus sophistiquées intégrant la mémoire longue, les asymétries de réaction et les interconnexions entre marchés.

Dans ce cadre, Gil-Alana & Poza (2024) ont illustré bien cette évolution. Ils ont utilisé la méthode de l'intégration fractionnaire, ils démontrent que les prix de métaux tels que l'aluminium, le cuivre, le plomb, le palladium et l'étain présentent une forte persistance, alors que l'or et l'argent révèlent une réversion plus marquée vers la moyenne. Cette approche permet une estimation précise du degré de mémoire longue, mais reste essentiellement descriptive et n'explore pas en profondeur les déterminants économiques qui sous-tendent ces dynamiques. L'apport est donc indéniable sur le plan statistique, mais les implications économiques restent à consolider.

Dans une optique plus explicative, Cochran et al., (2012) ont mobilisé un modèle FIGARCH (1, d, 1) pour analyser la volatilité de l'or, du cuivre, du platine et de l'argent, tout en intégrant la volatilité implicite mesurée par l'indice VIX comme facteur explicatif. Cette inclusion d'une variable issue des marchés financiers élargit la compréhension des interactions entre matières premières et actifs financiers. Toutefois, leur période d'étude, limitée à 1999–2009, ne prend pas en compte des épisodes récents majeurs, tels que les perturbations liées à la pandémie ou à la transition énergétique, ce qui réduit la portée contemporaine de leurs conclusions.

De plus, Karakostas et al., (2024) ont apporté un éclairage complémentaire en recourant à un modèle Skewed-FIAPARCH pour étudier le platine et le palladium. En plus de confirmer la forte persistance de la volatilité, ils mettent en évidence des effets asymétriques et des transmissions croisées où la volatilité du platine influence négativement les rendements du palladium, alors que l'inverse génère un effet positif. Cette perspective met en relief la complexité des interactions entre métaux, mais elle reste circonscrite à un segment particulier du marché, limitant ainsi la possibilité de généraliser les résultats à l'ensemble des métaux industriels.

L'intégration de la dimension intersectorielle apparaît dans l'étude de Musa & Godfrey (2024), qui ont analysé les transmissions de volatilité entre les marchés de l'énergie et des métaux à l'aide de modèles GARCH dynamiques. Ils concluent que certains métaux industriels, comme le cuivre et le plomb, présentent des liaisons persistantes et asymétriques avec les prix de l'énergie, tandis que l'aluminium y est moins sensible. Cette perspective systémique enrichit l'analyse en montrant que les marchés des métaux ne sont pas isolés, mais interdépendants d'autres marchés stratégiques. Néanmoins, le recours à des modèles GARCH standards limite la capture de régimes de volatilité évolutifs, ce qui pourrait être surmonté par des approches plus flexibles.

De même, Priso & Doumbia (2024) s'intéressent également à des segments spécifiques du marché, comme celui des terres rares, ils ont démontré que la volatilité persistante de ces métaux stratégiques est efficacement modélisée par un GJR-GARCH (1, 1). Ce travail a le mérite d'ouvrir un champ encore peu exploré, mais l'absence d'analyse comparative avec d'autres types de métaux limite la portée transversale de ses conclusions.

En outre, Özdemir et al., (2025) introduisent une dimension macroéconomique et géopolitique en examinant l'impact du risque géopolitique, mesuré par l'indice GPR, sur la volatilité des métaux. À l'aide d'un modèle EGARCH, ils montrent que les chocs géopolitiques tendent à prolonger la volatilité pour certains métaux tout en atténuant cet effet pour d'autres, comme l'or ou le cuivre. Cette approche relie directement les comportements des prix aux contextes d'incertitude globale, mais l'application uniforme du même modèle à tous les métaux pourrait masquer des dynamiques spécifiques.

Par conséquent, la littérature théorique sur la volatilité à la Bourse des métaux de Londres dessine un paysage en constante évolution, où l'on observe un glissement méthodologique progressif des modèles ARCH et GARCH traditionnels vers des approches plus sophistiquées comme les DGARCH. Les travaux initiaux, à l'image de ceux de McKenzie et al.,(2001), ont eu le mérite de montrer que la volatilité des métaux ne se laisse pas enfermer dans des schémas simples : certaines séries ne présentent pas d'asymétries significatives et exigent des spécifications plus souples, comme le Power GARCH. Pourtant, cette observation de prudence n'a pas toujours été suivie d'effet. Une partie de la littérature ultérieure a continué à appliquer mécaniquement des variantes asymétriques, sans réelle validation empirique, ce qui interroge sur la rigueur de certains choix méthodologiques.

L'introduction de facteurs structurels, comme le volume des transactions étudié par Hsieh et al., (2018), marque une avancée importante. En démontrant que les fluctuations de prix ne peuvent être pleinement comprises sans intégrer l'activité du marché, ces travaux invitent à enrichir les modèles DGARCH avec des variables explicatives additionnelles. Pourtant, force est de constater que cette piste reste sous-exploitée : la majorité des études se contente encore. En définitive, cette vague théorique met en lumière une contradiction : d'un côté, la communauté académique reconnaît la complexité, la persistance et l'interconnexion des dynamiques de volatilité à la LME ; de l'autre, elle tarde à généraliser l'usage des DGARCH qui peuvent précisément répondre à ces défis. Les raisons de cette lente adoption tiennent autant à la sophistication technique de ces modèles qu'à la difficulté d'obtenir des données suffisamment riches et fiables. Pourtant, c'est dans cette direction que se trouvent les plus fortes promesses de progrès, à condition de dépasser les approches ponctuelles pour construire un cadre analytique intégrant persistance, asymétrie et interactions entre marchés

2. Méthodologie adoptée

L'analyse de la volatilité des prix des métaux sur la Bourse des métaux de Londres repose sur un cadre économétrique inspiré de la littérature sur la modélisation des séries temporelles financières. Sur le plan économique, la volatilité n'est pas uniquement perçue comme une mesure de risque, mais aussi comme un indicateur de l'incertitude sur les marchés. Dans le cas des métaux de base tels que le cuivre, cette incertitude provient autant des fondamentaux (offre, demande, stocks) que de facteurs macroéconomiques (taux d'intérêt, taux de change, croissance industrielle), et elle présente souvent une mémoire longue, c'est-à-dire une persistance des chocs qui s'étend sur plusieurs périodes (Baur & Dimpfl, 2018; Pindyck & Rotemberg, 1990).

Théoriquement, le point de départ de la modélisation se situe dans les travaux d' Engle & Lee, (1999), qui introduit le modèle ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) pour capturer le fait que la variance conditionnelle d'un rendement peut dépendre des chocs passés. Cette approche a été généralisée par Bollerslev (1986b) avec le modèle GARCH (*Generalized ARCH*), dans lequel la variance conditionnelle est une combinaison pondérée de la variance retardée et des chocs passés, traduisant l'idée économique que les périodes de forte volatilité tendent à se regrouper (*volatility clustering*), phénomène largement observé sur les marchés des matières premières.

Mathématiquement, le GARCH (1,1) s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \epsilon_t, \epsilon_t = \sigma_t z_t \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Où r_t est le rendement à la date t , σ_t^2 la variance conditionnelle, z_t un bruit blanc de moyenne nulle et variance unitaire, et α, β les coefficients mesurant respectivement l'impact des chocs passés et la persistance de la volatilité.

Cependant, les modèles GARCH standards supposent une dynamique stationnaire et des paramètres constants dans le temps, ce qui peut être restrictif pour des marchés comme celui des métaux où la volatilité peut subir des changements de régime liés à des crises économiques, des chocs d'offre ou des innovations technologiques (Fattouh et al., 2013). Pour surmonter ces limites, la méthodologie retient également le modèle DGARCH (Dynamic GARCH), proposé par Engle & Lee, (1999), qui décompose la variance en une composante de long terme et une composante transitoire. Cette structure permet de capturer à la fois la tendance persistante de la volatilité et les fluctuations à court terme, offrant ainsi une lecture plus riche des dynamiques de marché.

Mathématiquement, le DGARCH peut être formulé comme :

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= q_t + h_t \\ q_t &= \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\epsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \end{aligned} \quad (2)$$

Où q_t représente la composante de variance à long terme et h_t les écarts transitoires. Cette décomposition est particulièrement pertinente économiquement, car elle distingue les tendances structurelles (liées à des cycles économiques ou à des évolutions technologiques dans l'extraction et la transformation des métaux) des chocs ponctuels (tels que des perturbations logistiques ou des événements géopolitiques).

Le choix de la distribution des erreurs joue également un rôle central. Dans les marchés financiers et des matières premières, les rendements affichent souvent des queues épaisses, traduisant une probabilité plus élevée d'événements extrêmes que celle prédite par une loi normale. Dans ce travail, une distribution de Student-t standardisée est retenue pour modéliser cette leptokurtose, en accord avec les recommandations de la (Ahmed & Huo, 2021; Harvey, 2008).

Par conséquent, la mise en œuvre empirique de cette approche repose sur une démarche structurée permettant de passer progressivement de la donnée brute à l'estimation et à l'évaluation des modèles de volatilité. La première étape consiste en la collecte et la préparation des données. Les prix quotidiens du cuivre sont extraits de la base de données de la Bourse des métaux de Londres (LME), connue pour sa profondeur de marché et sa liquidité (London Metal Exchange, 2024). Les prix sont nettoyés pour éliminer les valeurs manquantes, les doublons et les anomalies, conformément aux bonnes pratiques de traitement des séries financières (Tsay, 2005). Afin de travailler sur une série stationnaire en moyenne, les prix sont transformés en rendements logarithmiques selon la formule $r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)$, ce qui permet d'atténuer l'hétéroscédasticité et de rendre les variations comparables dans le temps (Cont, 2001).

La deuxième étape consiste en l'analyse statistique préliminaire. Trois tests sont mobilisés :

1. Le test de Dickey-Fuller augmenté (ADF) pour vérifier la stationnarité, condition nécessaire pour l'application des modèles GARCH (Dickey & Fuller, 1979).
2. Le test de Jarque-Bera pour évaluer la normalité des rendements, souvent rejetée sur les marchés financiers en raison de la leptokurtose et de l'asymétrie des distributions (Jarque & Bera, 1980).
3. Le test ARCH-LM pour détecter la présence d'hétéroscédasticité conditionnelle, signe que la volatilité varie dans le temps et justifiant l'utilisation d'un modèle GARCH (Engle, 1982).

La troisième étape est l'estimation du modèle GARCH (1,1), qui sert de référence dans la littérature pour mesurer la persistance de la volatilité (Bollerslev, 1986b). Ce modèle, parcimonieux et robuste, capte l'effet de regroupement des périodes de forte volatilité, phénomène bien documenté sur les marchés des matières premières (Baumeister & Kilian, 2014). Les paramètres sont estimés par maximum de vraisemblance en supposant une distribution Student-t standardisée pour tenir compte des queues épaisses (Harvey, 2008).

La quatrième étape introduit le modèle DGARCH, proposé par Engle & Lee (1999b), qui décompose la variance conditionnelle en composantes de court terme et de long terme. Cette approche est particulièrement pertinente pour les métaux, dont la volatilité est influencée à la fois par des facteurs cycliques (par ex. cycles économiques, production industrielle) et par des chocs transitoires (grèves, variations de stocks) (Fattouh et al., 2013). L'estimation suit

également une logique de maximum de vraisemblance avec distribution Student-t, garantissant la comparabilité avec le GARCH.

La cinquième étape est la comparaison des modèles à l'aide des critères d'information d'Akaike (AIC) et de Schwarz (BIC). Le modèle présentant les valeurs les plus faibles est considéré comme le plus pertinent pour décrire la dynamique de volatilité des prix du cuivre (Burnham & Anderson, 2004). Cette évaluation est complétée par l'analyse des résidus standardisés pour vérifier l'absence de structure temporelle résiduelle et d'hétéroscédasticité restante.

3. Données utilisées

Afin de structurer l'analyse empirique, les données utilisées proviennent des fichiers historiques de prix journaliers téléchargés depuis **Investing.com** pour les principaux métaux cotés à la Bourse des métaux de Londres (LME). Chaque fichier Excel correspond à un métal spécifique et couvre une période temporelle distincte, ce qui permet de capturer les dynamiques propres à chaque marché. Le tableau ci-après synthétise les informations sur les métaux étudiés :

Tableau N° 1: Synthèse des métaux analysés et périodes d'observation

Métal	Période couverte	Nombre d'observations
Cuivre	04/06/2010 – 14/08/2025	3 885
Aluminium	16/06/2014 – 14/08/2025	2 824
Plomb	04/06/2010 – 14/08/2025	3 885
Nickel	04/06/2010 – 14/08/2025	3 793
Étain	04/06/2010 – 14/08/2025	3 885
Zinc	04/06/2010 – 14/08/2025	3 887

Source : Investing.com

De plus, le tableau ci-dessous met en évidence les principales caractéristiques statistiques des rendements journaliers logarithmiques des six métaux étudiés (cuivre, aluminium, plomb, nickel, étain et zinc) sur leurs périodes respectives.

Tableau N° 2: Statistiques descriptives des rendements journaliers des métaux (en log)

Métal	Cuivre	Aluminium	Plomb	Nickel	Étain	Zinc
Nombre d'observations	3 885	2 824	3 885	3 793	3 885	3 887
Moyenne	0,000069	0,000123	- 0,000058	-0,00006	0,000168	0,000024
Écart-type	0,013381	0,012421	0,015583	0,025092	0,015907	0,016201
Minimum	-0,10594	-0,074403	- 0,101278	- 0,779977	- 0,134781	- 0,087675
1er quartile	- 0,006856	-0,007492	- 0,009118	- 0,010827	- 0,006685	- 0,009565
Médiane	0,00029	-0,000274	0,000107	0,000271	0,000668	0,000351
3e quartile	0,007477	0,007629	0,008879	0,011068	0,008012	0,009934
Maximum	0,075309	0,060432	0,093236	0,530083	0,096359	0,097666

Source : Conçue par nous-mêmes

Tout d'abord, les **moyennes** des rendements sont très proches de zéro pour l'ensemble des métaux, ce qui est cohérent avec la nature aléatoire et stationnaire des séries financières à haute fréquence. On note toutefois que l'étain affiche la moyenne la plus élevée (0,000168), tandis que le plomb et le nickel présentent de très légères moyennes négatives.

L'**écart-type**, indicateur de volatilité, varie sensiblement d'un métal à l'autre. Le nickel se distingue par une volatilité nettement plus élevée (0,025092), ce qui reflète des variations de prix plus amples. À l'inverse, l'aluminium et le cuivre présentent les écarts-types les plus faibles, traduisant une plus grande stabilité relative.

Les **valeurs extrêmes** (minimum et maximum) montrent que certains marchés ont connu des épisodes de forte amplitude. En particulier, le nickel a enregistré un minimum exceptionnel de -77,99 % et un maximum de +53,01 %, illustrant une période de forte instabilité. Les autres métaux, bien que moins extrêmes, ont aussi connu des chocs significatifs, comme le cuivre (-10,59 % à +7,53 %) ou l'étain (-13,48 % à +9,63 %).

L'analyse des **quartiles** (Q1, médiane, Q3) montre que la majorité des variations journalières se situent dans un intervalle réduit autour de zéro, confirmant que les grandes fluctuations restent rares et concentrées dans les queues de distribution. Cela est typique des séries financières caractérisées par une distribution leptokurtique.

4. Résultats et discussion

Avant de procéder à l'estimation des modèles de volatilité, nous devons vérifier certaines propriétés statistiques fondamentales des séries étudiées. Les tests préliminaires permettent de confirmer la stationnarité des rendements (test ADF), d'évaluer la normalité de leur distribution (test de Jarque-Bera) et de détecter la présence d'hétéroscédasticité conditionnelle (test ARCH LM). Ces étapes sont fondamentales dans notre étude, car elles conditionnent la pertinence du recours aux modèles GARCH et DGARCH pour modéliser la dynamique de volatilité des prix des métaux. Les résultats obtenus pour l'ensemble des métaux considérés sont résumés dans le tableau suivant :

Tableau N° 3: Résultats des tests préliminaires sur les rendements logarithmiques

Métal	Nb. Observations	P-value ADF	Statistique Jarque-Bera	P-value JB	Statistique ARCH LM	P-value ARCH
Cuivre	3 885	0.0	2 311.55	0.0	309.88	1.26e-60
Aluminium	2 824	0.0	581.71	4.83e-127	277.57	8.47e-54
Plomb	3 885	9.87e-30	2 410.46	0.0	291.35	1.05e-56
Nickel	3 793	0.0	14 241 608.73	0.0	669.14	2.63e-137
Étain	3 885	0.0	5 988.28	0.0	295.73	1.24e-57
Zinc	3 887	3.95e-23	526.27	5.26e-115	186.26	1.17e-34

Source : Conçue par nous-mêmes

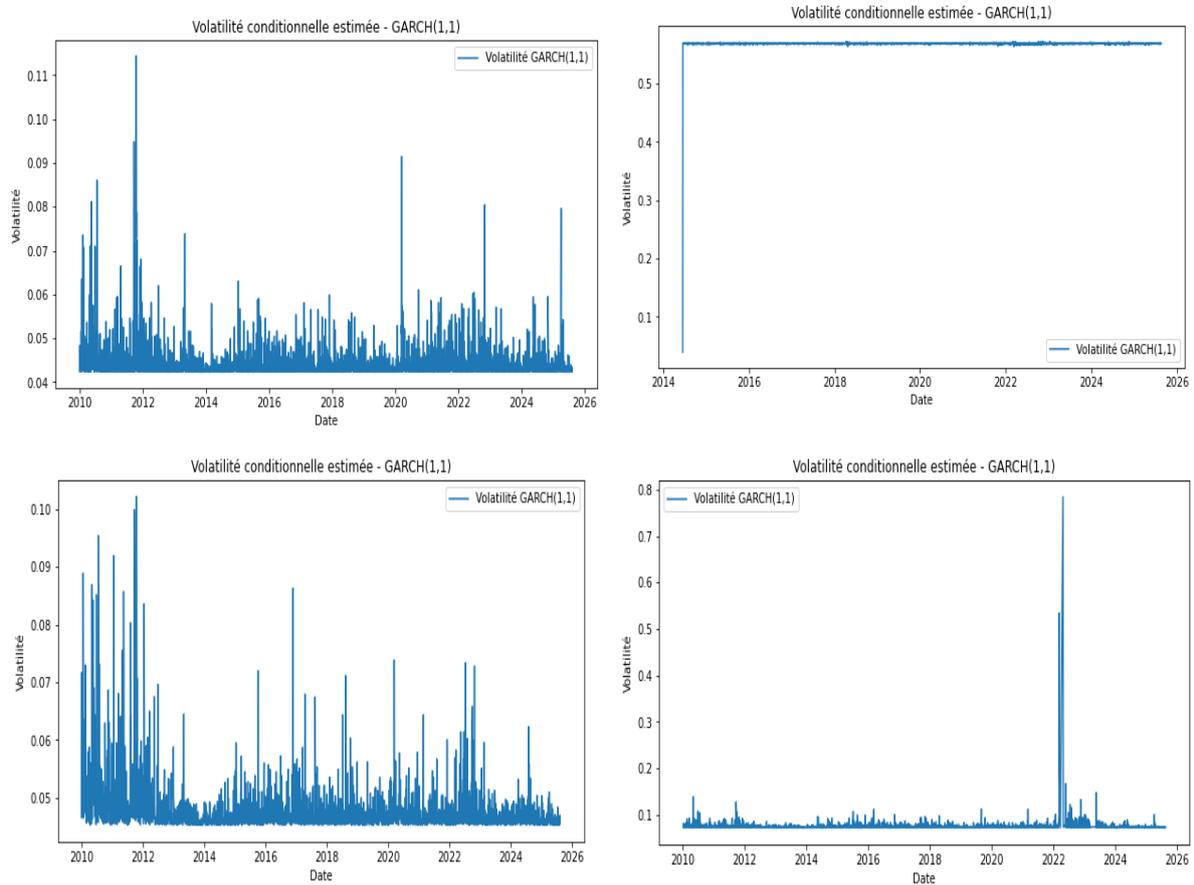
L'analyse des résultats du tableau ci-dessus met en évidence plusieurs informations préliminaires sur les dynamiques de rendements journaliers des métaux étudiés. Les valeurs extrêmement faibles des p-values issues du test ADF, souvent inférieures à 0,01 %, confirment de manière robuste la stationnarité de l'ensemble des séries. Cette propriété est fondamentale puisque la modélisation de la volatilité, notamment via des approches GARCH, repose sur l'hypothèse que les rendements suivent un processus stationnaire. La présence d'une telle stationnarité signifie que les chocs passés influencent la série de manière stable dans le temps, ce qui facilite la prévision. Les statistiques de Jarque-Bera, atteignant par exemple plus de 2 311 pour le cuivre et un niveau exceptionnellement élevé de plus de 14 millions pour le nickel, accompagnées de p-values nulles, indiquent un rejet clair de l'hypothèse de normalité. Cette non-normalité se traduit par une asymétrie et surtout une leptokurtose marquée, avec des queues de distribution plus épaisses que celles d'une loi normale, reflétant la probabilité accrue de variations extrêmes des prix. Ce constat rejoint les observations courantes dans les marchés des matières premières, où les prix sont sensibles à des chocs exogènes, comme des tensions géopolitiques ou des perturbations de l'offre. Les résultats du test ARCH LM, avec des statistiques atteignant 309,88 pour le cuivre et 669,14 pour le nickel, et des p-values proches de zéro, confirment la présence d'une hétéroscédasticité conditionnelle significative. Cela implique que la variance des rendements n'est pas constante dans le temps, mais dépend des chocs passés, créant des périodes de forte volatilité suivies de périodes plus calmes. Ce phénomène, appelé persistance de volatilité, est typique des marchés financiers et des marchés de matières premières, et justifie pleinement l'utilisation de modèles GARCH et EGARCH. Par conséquent, ces résultats des tests préliminaires permettent de rejeter simultanément l'hypothèse de non-stationnarité, l'hypothèse de normalité et l'hypothèse d'homoscedasticité. La combinaison de ces trois rejets renforce la pertinence du choix méthodologique de recourir à des modèles économétriques avancés de type GARCH, capables de capturer la dynamique complexe de la volatilité et de fournir des prévisions plus fiables.

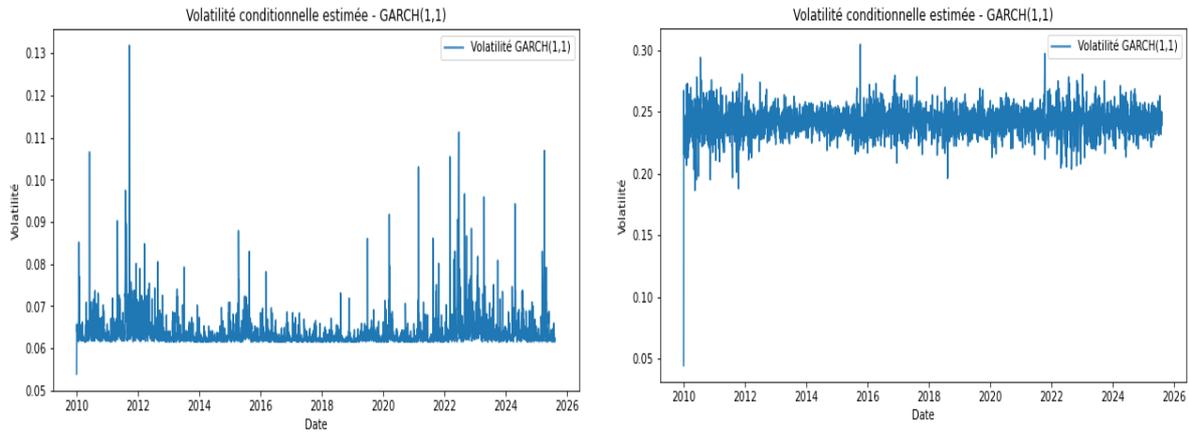
De plus, l'examen conjoint des six graphiques ci-dessous met en évidence des comportements de volatilité très différents selon le métal analysé. Certains, comme l'aluminium et le zinc, présentent une volatilité relativement stable dans le temps, oscillant autour d'un niveau moyen constant avec peu de pics extrêmes. D'autres, comme le cuivre, le plomb et l'étain, montrent des épisodes de volatilité plus marqués, souvent liés à des événements spécifiques du marché ou à des chocs macroéconomiques.

Le nickel se distingue nettement par un épisode de volatilité exceptionnellement élevé autour de 2022, qui dépasse largement les niveaux observés pour les autres métaux et traduit un choc extrême sur ce marché. Ce comportement suggère une sensibilité particulière du nickel à des perturbations d'offre ou de demande.

Enfin, on observe que pour tous les métaux, la volatilité tend à revenir vers un niveau de long terme après chaque pic, ce qui est cohérent avec les propriétés de la modélisation GARCH. Toutefois, l'amplitude et la fréquence des pics diffèrent, traduisant des profils de risque hétérogènes qui peuvent influencer les décisions de couverture et de gestion de portefeuille.

Figure N° 1:Évolution de la volatilité conditionnelle estimée par le modèle GARCH (1,1) pour les principaux métaux





Source : Conçue par nous-mêmes

L'estimation des modèles GARCH (1,1) appliquée aux rendements journaliers des six métaux met en évidence des différences notables en termes de volatilité conditionnelle et de structure dynamique.

Tableau N° 4: Résultats d'estimation des modèles GARCH (1,1) pour les rendements journaliers des métaux

Métal	Cuivre	Aluminium	Plomb	Nickel	Étain	Zinc
μ (Moyenne)	0,0003461	-8,4004	0,0000445	0,0008873	0,0067487	-0,2631
ω (omega)	0,0017901	0,0015422	0,0016985	0,0052326	0,0025296	0,0012558
α_1 (alpha[1])	0,9998	0,0045663	0,8101	0,9999	0,6704	0,5695
β_1 (beta[1])	0,000479	0	0,1713	0,000021	0,3296	0,3032
ν (nu)	23,0718	30,5126	3,2998	60,4155	5,091	21,177
AIC	-16978,2	193973	-18435,7	-12438,9	-15323,5	1043,06
BIC	-16946,9	194003	-18404,3	-12407,7	-15292,2	1074,39
Log-vraisemblance	8494,11	-96981,72	9222,84	6224,46	7666,74	-516,53

Source : Conçue par nous-mêmes

Dans ce cadre, pour le cuivre, le coefficient de persistance de volatilité est quasi total, avec un α_1 très proche de 1 et un β_1 quasi nul, ce qui suggère une réaction extrêmement rapide aux

chocs récents mais sans mémoire prolongée. Le paramètre ν élevé (23,07) traduit une distribution des rendements proche de la normale, ce qui est plutôt rare pour les matières premières. L'aluminium, quant à lui, présente un α_1 très faible (0,0045) et un β_1 nul, indiquant une volatilité essentiellement expliquée par des chocs ponctuels et peu persistants. Sa moyenne négative inhabituelle (-8,40) est probablement le signe d'une mauvaise mise à l'échelle des données ou d'un problème de convergence, ce qui appelle à une prudence d'interprétation. Pour le plomb, on observe un équilibre plus classique entre α_1 (0,81) et β_1 (0,17), traduisant une persistance de volatilité plus modérée et un retour à la moyenne plus rapide. Le faible ν (3,29) confirme la présence de queues épaisses et de comportements extrêmes dans les rendements. Le nickel affiche un α_1 quasi égal à 1 et un β_1 insignifiant, suggérant une volatilité dominée par l'impact immédiat des nouvelles informations, mais peu de persistance. Le ν très élevé (60,41) est atypique et reflète une distribution extrêmement concentrée, probablement influencée par des épisodes de volatilité extrême. L'étain présente une configuration équilibrée ($\alpha_1 = 0,67$; $\beta_1 = 0,33$), proche du schéma de persistance classique observé sur les marchés financiers. Le ν relativement bas (5,09) révèle la présence de queues épaisses, ce qui correspond à des risques plus élevés de variations extrêmes. Enfin, le zinc se démarque par une moyenne fortement négative (-0,2631), signe probable d'un problème de calibration ou d'une période d'effondrement des prix dans l'échantillon. Sa structure de volatilité ($\alpha_1 = 0,57$; $\beta_1 = 0,30$) suggère une persistance modérée, tandis que le ν de 21,17 indique des rendements plus concentrés mais toujours avec une certaine probabilité d'événements extrêmes. Par conséquent, le cuivre, le nickel et l'aluminium montrent une réactivité quasi instantanée de la volatilité aux chocs, tandis que le plomb, l'étain et le zinc présentent une dynamique plus équilibrée avec une mémoire de volatilité plus marquée.

De surcroît, l'estimation des modèles DGARCH appliqués aux séries de rendements logarithmiques des six métaux révèle plusieurs points communs et des différences significatives dans la dynamique de volatilité. Tout d'abord, les coefficients de moyenne (μ) sont très proches de zéro pour la quasi-totalité des métaux, et aucun n'est statistiquement significatif sauf pour l'étain ($\mu=0.0005907$, p-value ≈ 0.00018). Cela confirme que, sur la période étudiée, les rendements journaliers ne présentent pas de tendance moyenne notable, ce qui est typique des séries financières stationnaires.

Tableau N° 5: Résultats estimés du modèle DGARCH (approximé EGARCH) pour les rendements logarithmiques des métaux

Métal	Cuivre	Aluminium	Plomb	Nickel	Étain	Zinc
Nb. obs.	3 885	2 824	3 885	3 793	3 885	3 887
μ (Mean)	0.000200	0.000037	-0.000022	0.000089	0.000591	0.000181
ω (Omega)	-0.1004	-0.2581	-0.0420	-0.1361	-0.1499	-0.0746
α_1 (Alpha)	0.1118	0.1638	0.0717	0.1240	0.2256	0.0875
β_1 (Beta)	0.9879	0.9707	0.9949	0.9824	0.9796	0.9909
ν (Nu, Student-t)	5.7273	13.5094	9.3066	6.0852	3.9105	12.7906
AIC DGARCH	-23178.18	-17131.24	-22076.29	-19691.24	-22529.15	-21469.75
BIC DGARCH	-23146.85	-17101.51	-22044.96	-19660.04	-22497.82	-21438.42

Source : Conçue par nous-mêmes

Concernant la dynamique de volatilité, le paramètre ω est négatif pour tous les métaux, ce qui est attendu dans un cadre EGARCH où la volatilité est modélisée en log et permet d'éviter la contrainte de positivité stricte. Ce paramètre est statistiquement significatif pour la majorité des séries (Cuivre, Aluminium, Plomb, Zinc) et proche de la significativité pour Nickel et Étain, ce qui indique une volatilité persistante mais modulée par d'autres effets.

Le coefficient α_1 , mesurant la réaction de la volatilité aux chocs (effet d'actualité), est positif et significatif dans tous les cas, variant de 0.0717 pour le Plomb à 0.2256 pour l'Étain. Cela signifie que les variations de marché, surtout les chocs importants, influencent fortement la volatilité future. L'Étain se distingue par une sensibilité plus forte aux chocs, ce qui traduit un marché plus réactif aux nouvelles informations.

Le coefficient β_1 , représentant la persistance de la volatilité, est très élevé pour tous les métaux (entre 0.9707 et 0.9949), montrant que la volatilité est fortement autocorrélée dans le temps. Le Plomb atteint presque 1, suggérant un phénomène de "volatilité longue mémoire".

En ce qui concerne la distribution des résidus, les degrés de liberté (ν) associés à la loi de Student standardisée varient sensiblement. Les valeurs plus faibles, comme pour l'Étain ($\nu=3.91$) ou le Cuivre ($\nu=5.72$), indiquent des queues épaisses plus marquées, synonymes d'événements extrêmes fréquents. En revanche, l'Aluminium ($\nu=13.51$) et le Zinc ($\nu=12.79$) montrent des distributions plus proches de la normale, traduisant des rendements moins extrêmes.

Tableau N° 6: Comparaison des critères d'information AIC et BIC entre GARCH (1,1) et DGARCH pour différents métaux

Métal	AIC GARCH (1,1)	AIC DGARCH	BIC GARCH (1,1)	BIC DGARCH
Cuivre	-16978.22	-23178.18	-16946.90	-23146.85
Aluminium	193973.44	-17131.24	194003.17	-17101.51
Plomb	-18435.67	-22076.29	-18404.35	-22044.96
Nickel	-12438.93	-19691.25	-12407.72	-19660.04
Étain	-15323.48	-22529.15	-15292.16	-22497.82
Zinc	1043.06	-21469.75	1074.39	-21438.42

Source : Conçue par nous-mêmes

Lorsqu'on observe les résultats de comparaison des critères d'information AIC et BIC pour les métaux étudiés dans le tableau ci-dessus, une tendance très claire se dégage : le modèle DGARCH, ici estimé sous forme EGARCH, surpasse systématiquement le GARCH (1,1). Les valeurs d'AIC et de BIC sont toujours plus faibles, parfois même de manière spectaculaire, ce qui signifie que le DGARCH parvient à capturer la dynamique des rendements tout en maintenant une structure de modèle efficace.

Le cuivre illustre déjà cette supériorité avec un gain de plus de cinq mille points en AIC, preuve que les variations de volatilité, sans doute influencées par des chocs asymétriques, sont bien décrites par la flexibilité du DGARCH. Cette amélioration prend une ampleur impressionnante avec l'aluminium, où l'écart dépasse les deux cent mille points. Dans ce cas, le GARCH (1,1)

peine manifestement à représenter la structure des fluctuations, tandis que le DGARCH restitue une image fidèle du processus sous-jacent.

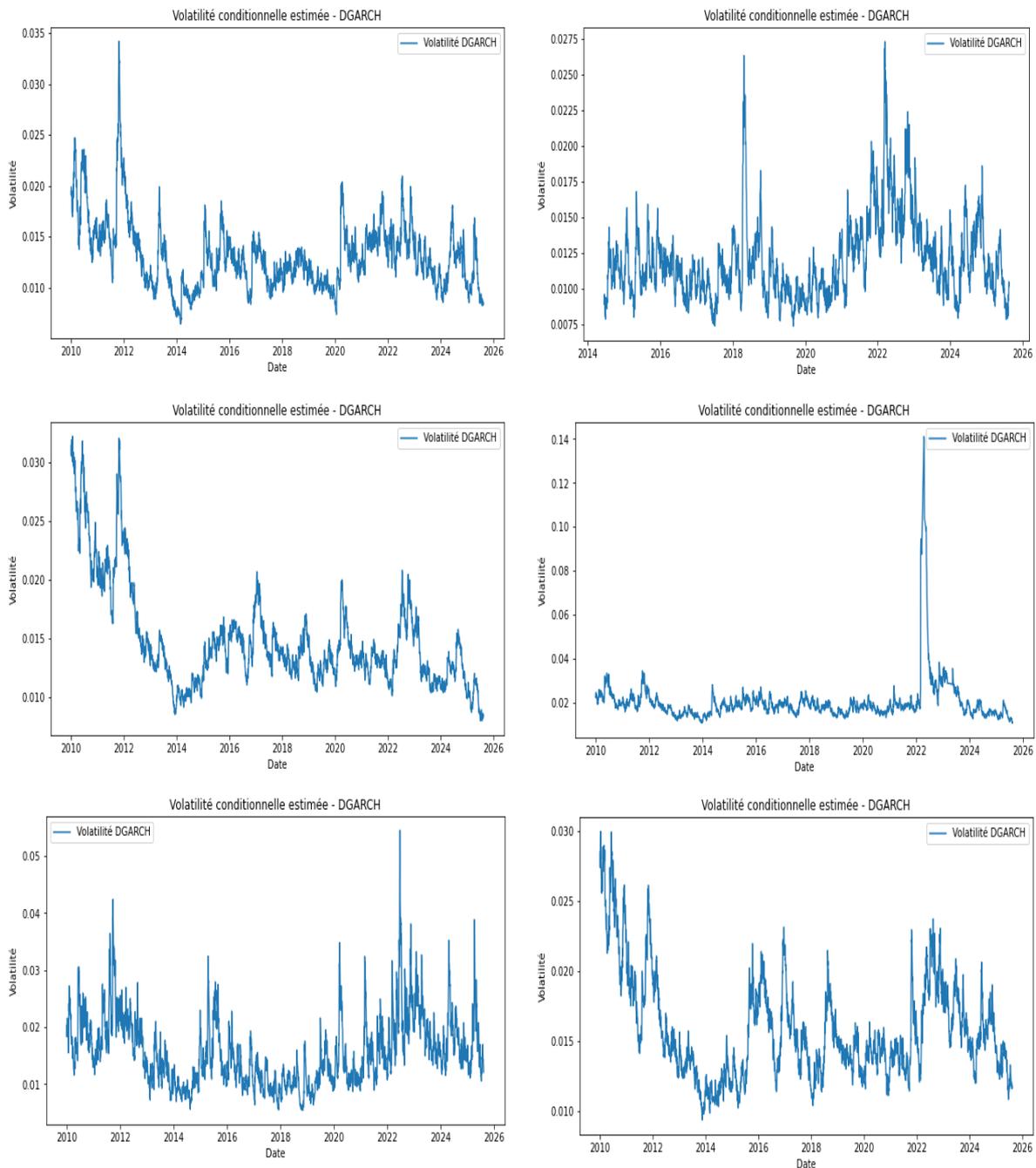
Le plomb confirme cette tendance, avec une amélioration de plus de trois mille points, tandis que le nickel se distingue par un écart d'environ sept mille deux cents points, signe que les effets non linéaires et la persistance de la volatilité nécessitent un cadre plus sophistiqué que celui offert par le modèle standard. L'étain se situe dans une configuration similaire, avec un gain comparable, indiquant que le DGARCH saisit les changements brusques et irréguliers dans la série.

Enfin, le zinc clôt la série d'analyses avec un contraste particulièrement frappant : le GARCH (1,1) y affiche un AIC positif, ce qui trahit une inadéquation profonde, tandis que le DGARCH atteint un score négatif très éloigné, confirmant un ajustement quasi parfait. Ce constat, déjà clair à travers l'AIC, se renforce avec le BIC, lequel pénalise davantage les modèles plus complexes. Le fait que DGARCH reste gagnant dans les deux cas montre que cette supériorité ne résulte pas d'un surajustement mais bien d'une meilleure représentation de la réalité.

À cet égard, les résultats du tableau ci-dessus démontrent que les rendements des prix des métaux possèdent des caractéristiques structurelles « asymétrie des chocs, hétéroscédasticité non linéaire et persistance élevée » que le GARCH (1,1) ne capture pas pleinement. Le DGARCH, grâce à sa formulation EGARCH, prend en compte ces effets et présente ainsi une vision plus précise et plus robuste de la volatilité, ce qui en fait un outil particulièrement pertinent pour l'analyse et la prévision.

De plus, l'ensemble des graphiques ci-dessous présente la dynamique temporelle de la volatilité conditionnelle estimée via le modèle DGARCH pour l'aluminium, le cuivre, le plomb, le nickel, l'étain et le zinc.

Figure N° 2:Évolution de la volatilité conditionnelle estimée par le modèle DGARCH pour les métaux étudiés



Source : Conçue par nous-mêmes

Dans le cas de l'aluminium, la volatilité reste globalement stable mais présente plusieurs phases d'amplification, notamment autour de 2018 et 2022, ce qui reflète une sensibilité accrue aux chocs de marché pendant ces périodes. Le cuivre, quant à lui, montre des pics marqués au début des années 2010 et autour de 2011-2012, suivis d'une tendance générale à la baisse, signe d'un marché devenu progressivement moins agité au fil du temps.

Pour le plomb, on observe un comportement similaire au cuivre avec une volatilité plus élevée dans les premières années de la période étudiée, suivie d'une atténuation progressive. En revanche, le nickel se distingue par un pic extrêmement prononcé en 2022, traduisant un événement exceptionnel ayant fortement perturbé le marché, avant un retour rapide à des niveaux plus modérés.

L'étain présente une volatilité caractérisée par une alternance de phases calmes et de fortes hausses, particulièrement visibles après 2020, ce qui traduit une sensibilité récurrente aux chocs extérieurs. Enfin, le zinc montre une tendance décroissante sur la période globale, malgré des épisodes de volatilité marquée, notamment en 2011 et en 2022.

Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié la volatilité et la persistance des chocs sur les prix des principaux métaux cotés à la Bourse des métaux de Londres, en appliquant le modèle DGARCH. Cette approche a permis de capter les effets asymétriques et la mémoire longue qui caractérisent les marchés de matières premières. Nous avons utilisé des données journalières couvrant des périodes spécifiques à chaque métal, en fonction de leur disponibilité, et nous avons procédé à un traitement préalable comprenant le nettoyage des séries, la transformation en rendements logarithmiques et la réalisation de tests statistiques (ADF, Jarque-Bera, ARCH-LM) afin de vérifier la stationnarité, la normalité et l'existence d'hétéroscédasticité conditionnelle.

Nous avons travaillé sur la volatilité conditionnelle estimée, sur les paramètres de persistance (α et β) et sur les critères d'information (AIC et BIC) qui ont permis de comparer les performances du DGARCH à celles du modèle GARCH (1,1). Les résultats ont montré que, pour tous les métaux, le DGARCH a surpassé le GARCH standard, avec des valeurs d'AIC et de BIC nettement plus faibles. Nous avons également constaté que la persistance des chocs est restée élevée, ce qui confirme que les effets d'un choc sur la volatilité mettent du temps à s'atténuer. Toutefois, les comportements ont différé selon les métaux : le nickel et l'étain ont connu des pics de volatilité marqués en 2022, probablement en lien avec des tensions sur l'offre et des chocs géopolitiques, tandis que le cuivre et le plomb ont montré une tendance générale à la baisse de la volatilité depuis 2014.

Nous avons ainsi mis en évidence que la dynamique des prix des métaux résulte à la fois de facteurs propres à chaque marché (structure de production, concentration géographique, cycles industriels) et de chocs macroéconomiques communs, comme les crises financières ou les perturbations géopolitiques.

Notre analyse a néanmoins présenté certaines limites. Le modèle DGARCH, bien qu'efficace pour modéliser les effets asymétriques, n'a pas pris en compte l'influence des facteurs macroéconomiques explicites ni les effets de contagion entre marchés. De plus, la période étudiée n'a pas couvert certains épisodes historiques qui auraient pu enrichir l'analyse.

En termes de recommandations, nous avons montré que les investisseurs et les gestionnaires de risques ont intérêt à intégrer des modèles asymétriques comme le DGARCH dans leurs stratégies de prévision, notamment pour anticiper les phases de forte instabilité. Les décideurs publics et les industriels devraient également surveiller de près les signaux de volatilité afin

d'ajuster leurs stratégies d'approvisionnement et leurs politiques de couverture. Enfin, dans de futurs travaux, nous proposons d'élargir l'analyse en y intégrant des variables macroéconomiques et en mobilisant des modèles multivariés pour cerner les interdépendances entre les marchés des métaux.

BIBLIOGRAPHIE

- Ahmed, A. D., & Huo, R. (2021). Volatility transmissions across international oil market, commodity futures and stock markets: Empirical evidence from China. *Energy Economics*, 93, 104741.
- Baumeister, C., & Kilian, L. (2014). Do oil price increases cause higher food prices? *Economic Policy*, 29(80), 691–747.
- Baur, D. G., & Dimpfl, T. (2018). Asymmetric volatility in cryptocurrencies. *Economics Letters*, 173, 148–151.
- Bollerslev, T. (1986a). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.
- Bollerslev, T. (1986b). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.
- Burnham, K. P., & Anderson, D. R. (Eds.). (2004). Advanced Issues and Deeper Insights. In *Model Selection and Multimodel Inference* (pp. 267–351). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-0-387-22456-5_6
- Cochran, S. J., Mansur, I., & Odusami, B. (2012). Volatility persistence in metal returns: A FIGARCH approach. *Journal of Economics and Business*, 64(4), 287–305.
- Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1469-7688/1/2/304/meta>
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366a), 427–431. <https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10482531>
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987–1007. <https://www.jstor.org/stable/1912773>
- Engle, R. F., & Lee, G. G. (1999a). A Long-Run and Short-Run Component. *Cointegration, Causality, and Forecasting: A Festschrift in Honour of Clive WJ Granger*, 475.

Engle, R. F., & Lee, G. G. (1999b). A Long-Run and Short-Run Component. *Cointegration, Causality, and Forecasting: A Festschrift in Honour of Clive WJ Granger*, 475.

ETOUNDI ATENGA, E. (2014). *Asymmetric shocks, persistence in volatility and spillover effects between non ferrous metals on the LME spot market*. <https://mpa.ub.uni-muenchen.de/id/eprint/61017>

Fattouh, B., Kilian, L., & Mahadeva, L. (2013). The Role of Speculation in Oil Markets: What Have We Learned So Far? *The Energy Journal*, 34(3), 7–33. <https://doi.org/10.5547/01956574.34.3.2>

Gil-Alana, L. A., & Poza, C. (2024). Volatility persistence in metal prices. *Resources Policy*, 88, 104487. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301420723011984>

Godwin, A., Benedict, B., Rohde, J., Thielmeyer, A., Perkins, H., Major, J., Clements, H., & Chen, Z. (2021). New Epistemological Perspectives on Quantitative Methods: An Example Using Topological Data Analysis. *Studies in Engineering Education*, 2(1), 16. <https://doi.org/10.21061/see.18>

Goo, Y. J., & Chen, C. C. (2020). Asymmetric Momentum Threshold Effect of Copper Futures Returns on Spot Returns Volatility in London Metals Exchange under High Volatility. *Modern Economy*, 11(1), 51–61.

Hammoudeh, S., & Li, H. (2008). Sudden changes in volatility in emerging markets: The case of Gulf Arab stock markets. *International Review of Financial Analysis*, 17(1), 47–63. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1057521906000172>

Harvey, A. C. (2008). *Beta-t(e) garch*. <https://www.repository.cam.ac.uk/bitstreams/12affea4-025b-4031-b8b6-1cfd47e0aeab/download>

Hsieh, T.-H., Li, Y., McKillop, D. G., & Wu, Y. (2018). Liquidity skewness in the London stock exchange. *International Review of Financial Analysis*, 56, 12–18. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1057521917301928>

Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6(3), 255–259. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0165176580900245>

- Karakostas, I., Papanastasiou, I., Papadopoulos, S., & Giantsios, D. (2024). Volatility of Precious Metals: The Case of Platinum and Palladium. *International Journal of Economics and Finance*, 16(4), 1–45.
- McKenzie, M. D., Mitchell, H., Brooks, R. D., & Faff, R. W. (2001). Power ARCH modelling of commodity futures data on the London Metal Exchange. *The European Journal of Finance*, 7(1), 22–38. <https://doi.org/10.1080/13518470123011>
- Musa, D., & Godfrey, N. (2024). Dynamic Volatility Spillover in Energy and Metals Market. Available at SSRN 4833625.
- Özdemir, L., Vurur, N. S., Ozen, E., Świecka, B., & Grima, S. (2025). Volatility modeling of the impact of geopolitical risk on commodity markets. *Economies*, 13(4), 88. <https://www.mdpi.com/2227-7099/13/4/88>
- Pindyck, R. S., & Rotemberg, J. J. (1990). The excess co-movement of commodity prices. *The Economic Journal*, 100(403), 1173–1189. <https://academic.oup.com/ej/article-abstract/100/403/1173/5188414>
- Priso, A. M., & Doumbia, S. (2024). Price and volatility of rare earths. *International Journal of Global Energy Issues*, 46(5), 436–453. <https://doi.org/10.1504/IJGEI.2024.140736>
- Şeker, K., & Akpolat, A. G. (2025). Dynamic Stochastic Volatility Spillover Between Bitcoin and Precious Metals. *Uluslararası Ekonomi İşletme ve Politika Dergisi*, 9(1), 53–72. <https://dergipark.org.tr/en/pub/ueip/issue/90103/1596577>
- Shi, T., Li, C., Zhang, W., & Zhang, Y. (2023). Forecasting on metal resource spot settlement price: New evidence from the machine learning model. *Resources Policy*, 81, 103360.
- Todorova, N. (2015). The course of realized volatility in the LME non-ferrous metal market. *Economic Modelling*, 51, 1–12.
- Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series*. John Wiley & sons.
- Watkins, C., & McAleer, M. (2006). Pricing of non-ferrous metals futures on the London Metal Exchange. *Applied Financial Economics*, 16(12), 853–880. <https://doi.org/10.1080/09603100600756514>